

Vorbereitungskurs Mathematik zum Sommersemester 2022

# Übungsblatt 10

Übung und Besprechung am 22. März 2022

## Aufgabe 10.1

Drücken Sie für ein Parallelogramm  $ABCD$  mit  $\vec{AB} = \vec{a}$  und  $\vec{AD} = \vec{b}$  die Vektoren  $\vec{AC}$ ,  $\vec{CB}$ ,  $\vec{BD}$  mithilfe von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  aus.

## Aufgabe 10.2

Sei  $\alpha$  der Winkel bei  $A$  in dem Dreieck  $\triangle ABC$  mit

$$A = (2, -1, 1)^T, B = (1, -3, -5)^T, C = (3, -4, -4)^T$$

Bestimmen Sie  $\cos \alpha$  (nicht berechnen).

## Aufgabe 10.3

Stellen Sie (falls möglich)  $\vec{a}$  als Linearkombination von  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  und  $\vec{d}$  dar.

$$(i) \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(ii) \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(iii) \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

## Aufgabe 10.4

Entscheiden Sie, ob die folgenden Vektoren linear unabhängig sind:

$$(i) (3, \sqrt{7}, -5)^T, (0, 0, 0)^T \text{ in } \mathbb{R}^3$$

$$(ii) (1, 2, 3)^T, (4, 5, 6)^T \text{ in } \mathbb{R}^3$$

$$(ii) (1, \alpha)^T, (\alpha, 4)^T \text{ in } \mathbb{R}^2 (\alpha \in \mathbb{R} \text{ fest})$$

$$(iv) (\sqrt{7})^T, (3\sqrt{5})^T \text{ in } \mathbb{R}^1$$

## Aufgabe 10.5

Bestimmen Sie einen Vektor  $\vec{x}$  der linear abhängig von  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  ist, senkrecht auf  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  steht und die Länge 1 hat.